Für den allgemeinsten Fall, für den die Reihenfolge von x_1, x_2 und x_θ beliebig ist, gilt

$$\int_{x_1}^{x_2} dx\, \theta(x-x_\theta) f(x) = \begin{cases} \int_{x_\theta}^{x_2} dx\, f(x)\,, & x_1 < x_\theta < x_2 \\ \int_{x_1}^{x_2} dx\, f(x)\,, & x_\theta < x_1 < x_2 \\ 0, & x_1 < x_2 < x_\theta \\ \int_{x_1}^{x_\theta} dx\, f(x)\,, & x_2 < x_\theta < x_1 \\ \int_{x_1}^{x_2} dx\, f(x)\,, & x_\theta < x_2 < x_1 \\ 0, & x_2 < x_1 < x_\theta \end{cases}$$

$$= \theta(x_\theta - x_1)\theta(x_2 - x_\theta) \int_{x_\theta}^{x_2} dx\, f(x) + \theta(x_1 - x_\theta)\theta(x_2 - x_1) \int_{x_1}^{x_2} dx\, f(x) + 0$$

$$+ \theta(x_\theta - x_2)\theta(x_1 - x_\theta) \int_{x_1}^{x_\theta} dx\, f(x) + \theta(x_2 - x_\theta)\theta(x_1 - x_2) \int_{x_1}^{x_2} dx\, f(x) + 0.$$

Für den Fall aus der 3a ist $x_\theta = 0$ und $x_1 < x_\theta < x_2$. Somit sind wir im ersten Fall bzw.

$$\int_{x_1}^{x_2} dx\, \theta(x-0) f(x)$$

$$= \underbrace{\theta(x_\theta - x_1)}_{=1}\underbrace{\theta(x_2 - x_\theta)}_{=1} \int_{x_\theta}^{x_2} dx\, f(x) + \underbrace{\theta(x_1 - x_\theta)}_{=0}\underbrace{\theta(x_2 - x_1)}_{=1} \int_{x_1}^{x_2} dx\, f(x) + 0$$

$$+ \underbrace{\theta(x_\theta - x_2)}_{=0}\underbrace{\theta(x_1 - x_\theta)}_{=0} \int_{x_1}^{x_\theta} dx\, f(x) + \underbrace{\theta(x_2 - x_\theta)}_{=1}\underbrace{\theta(x_1 - x_2)}_{=0} \int_{x_1}^{x_2} dx\, f(x) + 0$$

$$= \int_{x_\theta}^{x_2} dx\, f(x) = \int_0^{x_2} dx\, f(x)$$

Für den Fall aus der 4a ist $x_1 = 0$, $x_2 = t$ und $x_\theta = t_0$. Es ist nicht ganz einfach, das aus der Aufgabenstellung herauszulesen, aber dort steht, das die externe Anregung null ist für $t < 0$. Für eine Anregung der Form $f(t) = v\delta(t - t_0)$ muss deswegen $t_0 \geq 0$ sein, also $x_\theta > x_1$. Damit folgt

$$\int_{x_1}^{x_2} dx\, \theta(x-x_\theta) f(x)$$

$$= \underbrace{\theta(x_\theta - x_1)}_{=1}\theta(x_2 - x_\theta) \int_{x_\theta}^{x_2} dx\, f(x) + \underbrace{\theta(x_1 - x_\theta)}_{=0}\theta(x_2 - x_1) \int_{x_1}^{x_2} dx\, f(x) + 0$$

$$+ \theta(x_\theta - x_2)\underbrace{\theta(x_1 - x_\theta)}_{=0} \int_{x_1}^{x_\theta} dx\, f(x) + \underbrace{\theta(x_2 - x_\theta)\theta(x_1 - x_2)}_{=0\,(*)} \int_{x_1}^{x_2} dx\, f(x) + 0$$

$$= \theta(x_2 - x_\theta) \int_{x_\theta}^{x_2} dx\, f(x) = \theta(t - t_0) \int_{t_0}^{t} dt'\, f(t'),$$

wobei $(*)$ deswegen null ist, da die beiden Theta-Funktionen $x_1 > x_2$ sowie $x_2 > x_\theta$ fordern, insgesamt also $x_1 > x_2 > x_\theta$, aber $x_1 < x_\theta$ gilt.